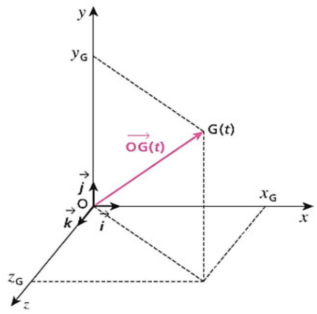
CHAPITRE 8 : CINEMATIQUE ET DYNAMIQUE NEWTONIENNE

I. Cinématique : étude du mouvement sans se soucier des causes

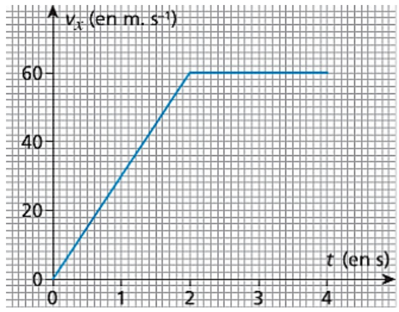
1. Quelques définitions

Référentiel : Objet par rapport auquel est décrit le mouvement d'un système. Il possède un repère d'espace et une échelle de temps (exemples vus en classe).
Exemples de repères d'espace : **le repère cartésien** a pour origine O fixe et pour vecteurs unitaires $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ constants. Et le **repère de Frénet** a pour origine le point en mouvement ; ses vecteurs unitaires sont $\vec{u_t}$ tangent à la trajectoire et dans le sens du mouvement, et $\vec{u_n}$ perpendiculaire à $\vec{u_t}$ et vers l'intérieur de sa trajectoire (surtout pour mouvements circulaires).

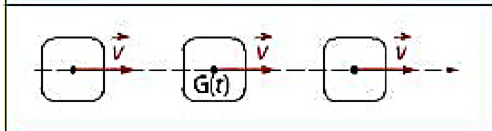
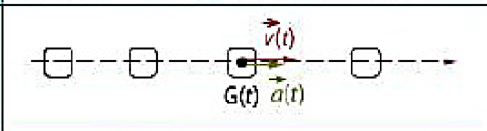
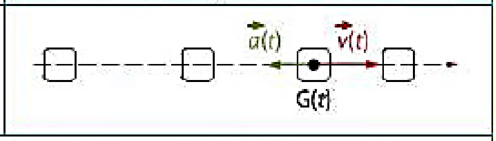
2. Cinématique du point

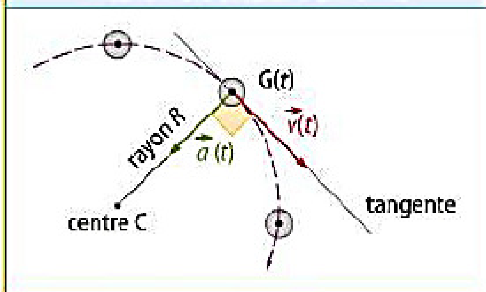
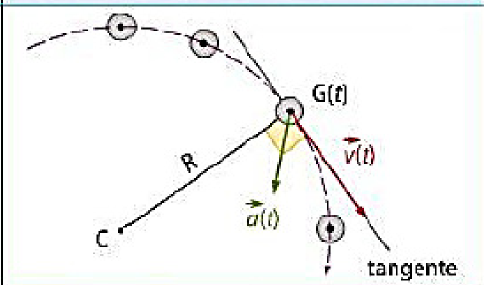
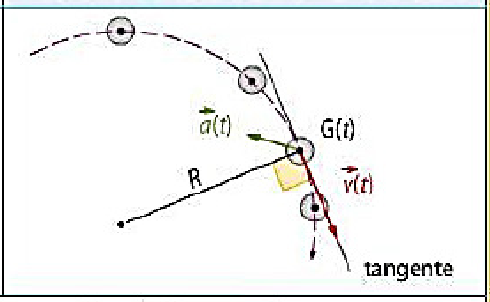


- En mécanique du point on assimile un solide à un point (le centre d'inertie G du solide) dont la position est donnée par **le vecteur position** qui a pour coordonnées (x(t) ; y(t) ; z(t)). Ce vecteur s'écrit également avec ses composantes, $\overrightarrow{OG}(t) = x(t).\vec{i} + y(t).\vec{j} + z(t).\vec{k}$
- La **vitesse *moyenne*** $\vec{v}$ d'un point entre deux positions est la distance parcourue divisée par la durée du parcours. La **vitesse *instantanée*** *v(t)* au point G, est égale à sa vitesse moyenne entre deux positions infiniment proches. C'est donc la dérivée du vecteur position en fonction du temps. Et $v_{M1}(t) = M_0M_2 / 2\Delta t$.



- **L'accélération** est une variation de vitesse par unité de temps : elle s'exprime en **m.s^{-2}**. Ci-contre, la vitesse augmente uniformément (accélération = constante) puis est constante (accélération de valeur nulle). Le vecteur accélération instantanée est donc la dérivée du vecteur vitesse en fonction du temps.
- **Exemple de mouvements :**

Mouvement rectiligne uniforme	Mouvement rectiligne uniformément accéléré	Mouvement rectiligne uniformément ralenti
		
Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant au cours du temps : $\vec{v}(t) = \vec{v} = \overrightarrow{constante}$. $\vec{a} = \vec{0}$ donc $\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$.	Le vecteur accélération est constant au cours du temps : $\vec{a}(t) = \vec{a} = \overrightarrow{constante}$.	
	Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de même sens. La valeur de v augmente. $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$.	Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de sens opposés. La valeur de v diminue. $\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$.

Mouvement circulaire uniforme	Mouvement circulaire uniformément accéléré	Mouvement circulaire uniformément ralenti
		
Le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ varie mais sa valeur v reste constante. Le vecteur accélération $\vec{a}$ est dirigé vers le centre de la trajectoire. $\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$.	Le vecteur accélération est constant au cours du temps : $\vec{a}(t) = \vec{a} = \overrightarrow{constante}$. Il est toujours dirigé vers l'intérieur de la trajectoire.	
	La valeur de la vitesse v augmente. $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$.	La valeur de la vitesse v diminue. $\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$.

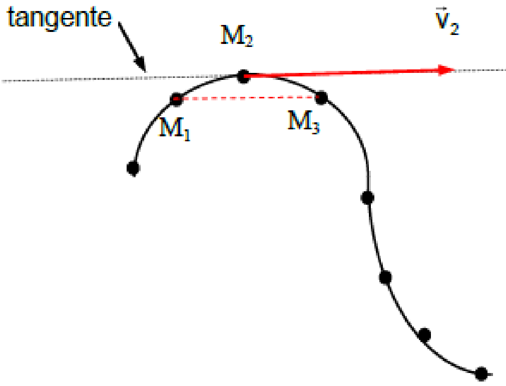
- **Tracé des vecteurs vitesses et accélérations (vu dans le chapitre 0):**

Le vecteur vitesse moyen $\vec{v}(t2)$ au point M2 à la date t2 s'écrit : $\vec{v}\ (t_2) = \dfrac{M_1M_3}{t_3 - t_1}$

Le vecteur vitesse $\vec{v}\,(t_2)$ possède:
- une direction: la tangente à la trajectoire au point M_2, parallèle à la droite M_1M_3.
- un sens: celui du mouvement.
- une valeur: $v_2 = \dfrac{M_1M_3}{t_3 - t_1} = \dfrac{M_1M_3}{2\tau}$ v_2 s'exprime en $m.s^{-1}$.

(τ : intervalle de temps constant entre deux points consécutifs):
- un point d'application: le point M_2

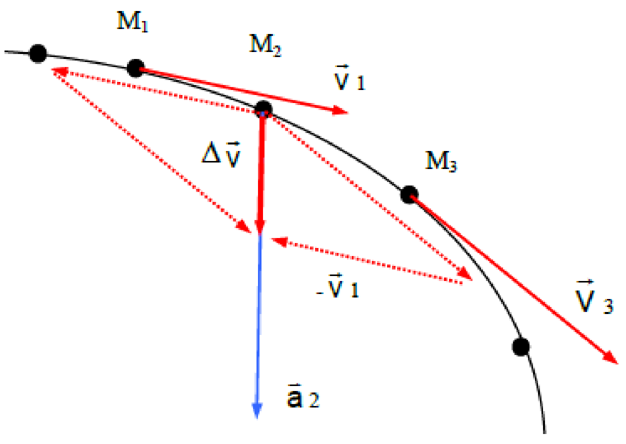
La longueur est donnée par une échelle des vitesses (exemple: 1 cm $\leftrightarrow$ 0,1 $m.s^{-1}$)



D'après la définition du vecteur accélération, on peut écrire que le **vecteur accélération moyen** au point M_2 à la date t_2 est approximativement:

$$\vec{a}\,(t_2) = \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_{t_2} \rightarrow \vec{a}\,(t_2) \approx \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_3 - \vec{v}_1}{t_3 - t_1}$$

Méthode:
- Construire les vecteurs vitesses $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_3$ au points M_1 et M_3.
- Reporter $-\vec{v}_1$ et $\vec{v}_3$ en M_2.
- Construire le vecteur $\Delta\vec{v} = \vec{v}_3 - \vec{v}_1$ au point M_2 (méthode du parallélogramme).
- Le vecteur $\vec{a}_2 = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ est alors colinéaire et de même sens que le vecteur $\Delta\vec{v}$.



Le vecteur accélération possède également une direction (celle de $\Delta\vec{v}$, un sens (celui de $\Delta\vec{v}$), une valeur $a_2 = \dfrac{\Delta v}{2\tau}$ et un point d'application (le point M_2).

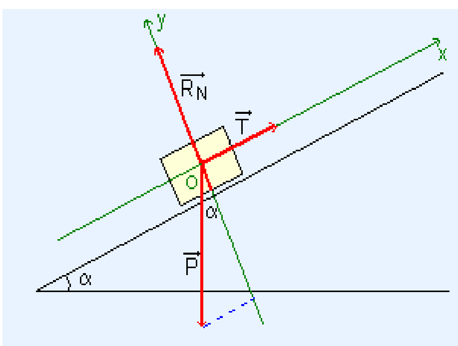
Remarque : Pour un mouvement circulaire on se place dans la base de Frenet où l'expression de l'accélération est : $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\overrightarrow{u_t} + \dfrac{v^2}{r}\overrightarrow{u_n}$

II. Dynamique : Etude du mouvement et des causes

Les mouvements sont dus à des forces auxquelles est soumis le système d'étude.

Une force modélise une action mécanique exercée sur le système ; elle se représente par un vecteur. Exemples : force gravitationnelle ($F_{A/B}=G.m_A.m_B/d_{AB}^2$ avec $G=6{,}67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$), poids ($P=m.g$ avec $g=9{,}81 m.s^{-2}$), force électrique de Coulomb ($F_{A/B}=K.q_A.q_B/d_{AB}^2$ avec $K=9{,}0.10^9$ $N.m^2.C^{-2}$), poussée d'Archimède ($\pi=\rho.V.g$ avec $g=9{,}81 m.s^{-2}$), …..

ETUDE DYNAMIQUE EN ETAPES :



1. Définition du système et du référentiel
2. Bilan des forces
3. Application de la 2ème loi de Newton (III.2)

Exemple : Luge trainée par une corde le long d'une pente
1. Système : {Luge} et référentiel terrestre (surface de la Terre)
2. BDF : Poids $\vec{P}$, Tension du fil $\vec{T}$, Réaction du support $\vec{R}$ (la pente).
3. m $\vec{a} = \Sigma\ \vec{F} = \vec{P} + \vec{T} + \vec{R}$

Et on projette sur les axes x et y pour trouver la valeur de a. On peut ensuite calculer v et x, y.

III. Les trois lois de Newton

1. Première loi de Newton : Principe d'inertie

Les systèmes soumis à des forces extérieures dont la somme vectorielle est nulle sont appelés systèmes pseudo-isolés (ou isolés s'ils ne subissent aucune force – cas idéal).

> Le centre d'inertie d'un système isolé est en mouvement rectiligne et uniforme ou au repos dans un référentiel galiléen.
> De manière équivalente : $\left(\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}\right) \Leftrightarrow \left(\vec{v} = \overrightarrow{cste}\right)$

Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel la première loi de Newton est vérifiée. Tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est galiléen.

2. Deuxième loi de Newton : Principe FONDAMENTAL de la dynamique

La quantité de mouvement d'un objet de masse m et dont le centre d'inertie a la vitesse v(t) est définie par $\boxed{\vec{p}(t) = m\,\vec{v}(t)}$ où la masse m est en kg et la valeur de la vitesse en m.s^{-1}.

Si la masse du système reste constante, la quantité de mouvement est proportionnelle à la vitesse ; l'intérêt de cette grandeur est précisément qu'elle tient compte de la masse, c'est-à-dire de l'**inertie**, du système étudié.

Remarque : Donc d'après la 1ère loi de Newton : Dans un référentiel Galiléen la quantité de mouvement est constante.

> La somme vectorielle des forces extérieure $\sum \overrightarrow{F_{ext}}$ (ou résultante) qui s'exercent sur un système de masse m est égale à la variation temporelle de sa quantité de mouvement dans un référentiel galiléen
>
> $$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt}(t)$$
>
> Si la masse du système est constante, cette loi s'écrit
>
> $$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}(t)$$

Cette loi généralise le principe d'inertie (1ère loi de Newton) au cas de systèmes qui ne sont ni isolés, ni pseudo-isolés. Elle stipule que la résultante des actions mécaniques est responsable de la variation de la quantité de mouvement.

3. Troisième loi de Newton : principe des actions réciproques

Contrairement aux deux premières lois de Newton, cette troisième loi ne relie pas le mouvement aux forces : elle concerne deux systèmes en interaction.

> Deux corps en interaction exercent l'un sur l'autre des forces opposées.
> Le corps A, exerçant sur B une force $\vec{F}_{A/B}$, subit de la part de B une force $\vec{F}_{B/A}$ telle que
>
> $$\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$$

Remarque : Ces lois permettent notamment d'expliquer la propulsion des avions et fusées due à la conservation de la quantité de mouvement et donc à l'égalité entre quantité de mouvement du gaz expulsé (dans un sens) et quantité de mouvement de l'avion (dans l'autre sens).

IV. La propulsion à réaction

Pour se déplacer dans une piscine, le nageur prend appui sur l'eau : l'action de l'eau sur le nageur, opposée à celle du nageur sur l'eau, permet à celui-ci de se propulser. Sur le même principe, la fusée est propulsée par le gaz qu'elle éjecte. Pour expliquer ce mode de propulsion, appelé propulsion par réaction, le physicien utilise une grandeur adaptée : la quantité de mouvement.

1. Conservation de la quantité de mouvement d'un système isolé :

- Soit un système de masse m ayant la vitesse *v* dans un référentiel galiléen. Si la somme des forces qu'il subit est nulle, la deuxième loi de Newton s'écrit :

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$ où $\vec{p} = m.\vec{v}$ est la quantité de mouvement du système

Ainsi, la quantité de mouvement d'un système isolé est constante. Si la masse du système est constante, sa vitesse l'est aussi : le mouvement du système est alors rectiligne et uniforme.

- Si le système est composé de deux objets de masse m_1 et m_2, de vitesses respectives $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$, alors la conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

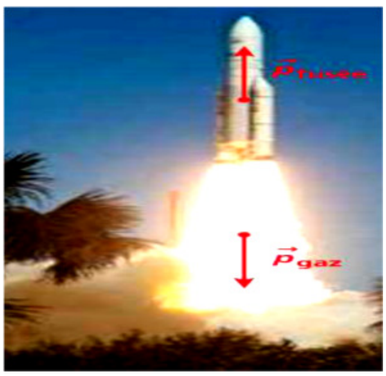
$$\vec{p} = m_1.\vec{v_1} + m_2.\vec{v_2} = \overrightarrow{cste}$$

Ceci permet d'expliquer la propulsion à réaction.

Situation 1 : Le bateau est immobile. La quantité de mouvement du système {bateau + Leyla + ballon} est donc nulle dans le référentiel terrestre supposé galiléen. La somme des forces exercées sur ce système est nulle : le système est isolé.
Situation 2 : Leyla jette le ballon horizontalement vers l'arrière du bateau. Le ballon, de masse m_2, a une vitesse $\vec{v}_2$ dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Sa quantité de mouvement est donc $\vec{p}_2 = m_2.\vec{v}_2$, vecteur horizontal dirigé vers l'arrière. Les forces exercées sur le système {bateau + Leyla + ballon} n'ont pas changé : leur somme est toujours nulle, donc la quantité de mouvement totale de ce système n'a pas varié. Comme elle était nulle dans la situation 1, elle est toujours nulle.
Ainsi le système {bateau + Leyla + ballon} a une quantité de mouvement $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$, qui est horizontale et dirigée vers l'avant : le bateau, contenant Leyla, se met donc à avancer.

2. Propulsion des avions et fusées :

Le système étudié : {avion + gaz éjectés}.
BDF : Poids $\vec{P}$ et réaction normale du sol $\vec{R}$.
L'action de l'air sur l'avion est négligée (poussée d'Archimède = frottements fluide) et les frottements solides dus au sol également.
La somme vectorielle de ces deux forces est nulle puisqu'elles sont verticales et que l'avion et les gaz éjectés n'ont qu'un mouvement vertical ; le système est dons isolé.
Sa quantité de mouvement, calculée dans le référentiel du sol, est donc constante, c'est-à-dire nulle puisqu'initialement le système est au repos.
Le principe de conservation permet donc d'écrire : $\vec{p} = \vec{p}_{avion} + \vec{p}_{gaz} = m_{avion}\vec{v}_{avion} + m_{gaz}\vec{v}_{gaz} = \vec{0}$
La vitesse des gaz étant dirigée vers l'arrière, celle de l'avion est vers l'avant.



Dans le cas d'une fusée juste après son décollage, la somme des forces extérieures n'est pas nulle : le système {fusée + gaz éjectés} est soumis à son seul poids $\vec{P}$.
La propulsion à réaction est possible si la vitesse des gaz éjectés et le débit d'éjection sont suffisamment élevés : les moteurs Vulcain équipant la fusée Ariane 5 éjectent au décollage 320 kg de gaz par seconde à une vitesse de 4 km.s^{-1}.